

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

Probabilidad y

Estadística

Actividades unidad 5:

Variables aleatorias discretas

1. De un lote de 1000 neumáticos se ha registrado el número de fallas que presenta cada uno con los siguientes resultados:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° defectos | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Frecuencia | 650 | 260 | 70 | 17 | 3 |
| P(X = Xi) | 0,65 | 0,26 | 0,07 | 0,017 | 0,004 |

Determinar la media (valor esperado) y el desvío típico del número de defectos.

**E(x)** = 0\*0,65 + 1\*0,26 + 2\*0,07 + 3\*0,017 + 4\*0,003 =**0,463 🡺 (E(x)) ²** = 0,467² = **0,214**

V(x) = E(x²) – (E(x))² 🡺 **E(x²)** = 0² \* 0,65 + 1² \* 0,26 + 2² \*0,07 + 3² \* 0,017 + 4² \* 0,003 =**0,741**

**V(x)** = 0,741 – 0,214 = **0,527 🡺** σ**(x) =** = = **0,7259**

1. Sea X una variable aleatoria discreta con la siguiente distribución de probabilidad:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Probabilidad | 5 . k | 0.12 | 0.23 | 0.17 | 0.23 |
| Probabilidad | 0.25 | 0.12 | 0.23 | 0.17 | 0.23 |

Hallar el valor de k, la P(X < 3), E(X) y V(X).

1. 1= 5\*K +0,12 +0,23 +0,17 +0,23 🡺 K= (1-0,12-0,23-0,17-0,23)/5 🡺 **K = 0,05**
2. **P(X < 3)** = P(x=-1) + P(x=1) + P(x=2) = 0,25 +0,12 + 0,23 =**0,6**
3. **E(x)** = -1\*0,25 + 1\*0,12 + 2\*0,23 + 3\*0,17 + 4\*0,23 =**1,76 🡺 (E(x)) ²** = 1,76² = **3,0976**
4. **V(x)** = E(x²) – (E(x))² 🡺 **E(x²)** = -1² \* 0,25 + 1² \* 0,12 + 2² \*0,23 + 3² \* 0,17 + 4² \* 0,23 =**6,5**

**V(x)** = 6,5 – 3,0976 = **3,4024**

1. De los postulantes para un trabajo administrativo, se comprobó que el 20 % no sabían ingles ni computación, el 70 % cumplían uno de los dos requisitos, y el 10 % ambos. Si se toma como variable aleatoria la cantidad de requisitos que cumplimenta el postulante,
   1. Definir el cuadro de distribución de probabilidades para la variable aleatoria.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N° Requisitos | 0 | 1 | 2 |
| P(X = Xi) | 0,20 | 0,70 | 0,10 |

* 1. Halle la Esperanza y la Varianza.

**E(x)** = 0\*0,20 + 1\*0,70 + 2\*0,10 = **0,9 🡺 (E(x)) ²** = 0,9 ² = **0,81**

**V(x)** = E(x²) – (E(x)) ² 🡺 **E(x²)** = 0² \* 0,20 + 1² \* 0,70 + 2² \*0,10=**1,1**

**V(x)** = 1,1 – 0,81 = **0,29**

1. Un dado tiene en sus caras los números del 1 al 6, y otro los números del 7 al 12.

Ambos son equilibrados. Se llaman X e Y a las respectivas variables aleatorias. Calcular:

* 1. E(X) y E(Y).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° entre 1 y 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P(X = Xi) | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 |

**E(x)** = 1\*0,1667 + 2\*0,1667 + 3\*0,1667 + 4\*0,1667 + 5\*0,1667 + 6\*0,1667 = **3,5007**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° entre 7 y 12 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| P(Y = Yi) | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 |

**E(Y)** = 7\*0,1667 + 8\*0,1667 + 9\*0,1667 + 10\*0,1667 + 11\*0,1667 + 12\*0,1667 = **9,5019**

* 1. Verificar que E(Z) = E(X) + E(Y), siendo Z=X+Y.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° suma x +y | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| P(Z = Zi) | 0,0278 | 0,0556 | 0,0833 | 0,1111 | 0,1389 | 0,1667 | 0,1389 | 0,1111 | 0,0833 | 0,0556 | 0,0278 |

**E(z)** = 8\*0,0278 + 9\*0,0556 + 10\*0,0833 + 11\*0,1111 + 12\*0,1389 + 13\*0,1667+ 14\*0,1389 + 15\*0,111 + 16\* 0,0833+ 17\*0,0556 + 18\*0,0278 = **13,0013**

E(Z) = E(X) + E(Y) 🡺 **13,0013 3,5007 +** = **9,5019** 🡺 **13,0013 13,0026**

1. Un gerente elabora un plan para el año entrante. El beneficio, B, es función del costo fijo, Y, y de las ventas, X, y viene dado por la siguiente relación: B = $ 20.X ─ Y. Las ventas y los costos son variables aleatorias independientes, con los siguientes valores esperados, y desvíos:

COSTOS VENTAS

VALOR ESPERADO 150000 10000

DESVIO 50000 2000

¿Cuál es el valor esperado y el desvío de la variable aleatoria “Beneficio”?

* Siendo B = 20X -Y 🡺 E(B) = 20\*E(X) -E(Y)

E(B) = 20\*10000 – 150000

**E(B) = 50000**

* Siendo B = 20X -Y🡺 V(B) = 20 ² \* 2000² + 50000² 🡺 como el enunciado da el desvío, para aplicar las propiedades n V(B) = 41000000000 de la varianza, elevo el desvío al cuadrado.

σ**(x) =** = = **64031,24237**

1. Un fabricante produce artículos de tal modo que el 10% son defectuosos y el 90% no lo son. Si se produce un artículo defectuoso el fabricante pierde 10 $, mientras que un artículo sin defectos le produce una utilidad de 50 $. ¿Cuánto esperará ganar por artículo a la larga?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ganancia | -10 | 50 |
| P(X = Xi) | 0,10 | 0,9 |

E(X) = -10\*0,10 + 50\*0,90 🡺 **E(X) = 44**

1. Un torno automático produce en promedio un 5% de piezas defectuosas. De una gran producción se toman al azar 10 piezas. Calcular la probabilidad de encontrar:
   1. Dos defectuosas.
   2. Más de dos defectuosas.
   3. Dos o menos defectuosas.
2. Se tira una moneda 10 veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras exactamente? Hallar el valor esperado del número de caras.
3. El 5% de los tornillos producidos por día por una máquina tienen defectos. Se eligen 15 al azar. Hallar la probabilidad de que a lo sumo 4 sean defectuosos.
4. Al probar neumáticos para camión se encontró que el 25 % no superaban la prueba.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que, en los próximos 5 neumáticos, al menos tres no pasen la prueba?
   2. ¿Cuál es la probabilidad de que, en los próximos 5 neumáticos, más de 2 pasen la prueba?
5. Un alumno decide resolver un examen de estadística con 15 preguntas del tipo verdadero – falso adivinando, tirando una moneda. El examen se aprueba contestando correctamente por lo menos nueve preguntas.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen adivinando?
   2. ¿Cuántas preguntas se esperan se contesten en forma correcta?
6. En una caja hay 12 piezas de las cuales 7 están marcadas. Un montador toma al azar 4 piezas con reposición. Hallar la probabilidad de obtener:
   1. Por lo menos una marcada.
   2. A lo sumo dos marcadas.
   3. Exactamente dos marcadas.

1. Se sabe que un experimento cumple las condiciones de una distribución binomial. Se desea un valor esperado de 2000 y un desvío estándar de 20. Calcular n y p.
2. La probabilidad de que un individuo sufra una reacción por una vacuna es 0.001. Hallar la probabilidad de que de 2000 personas inyectadas:
   1. Tres tengan reacción.
   2. A los sumo dos tengan reacción.
   3. Por lo menos dos tengan reacción.
3. En la fabricación de tornillos bajo control se sabe que el 99% de los tornillos son precisos. Si los tornillos se venden en cajas de 250. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya 5 defectuosos?
4. Un líquido contiene ciertas bacterias a razón de 4 por cm cúbico (valor esperado).

Hallar la probabilidad de que una muestra de 1 cm3, no contenga ninguna bacteria.

1. El número de llamadas que ingresan a una central telefónica en un determinado horario sigue una distribución de Poisson con un valor medio de 4,6. Halle la probabilidad de que en ese horario ingresen:
   1. Más de una llamada.
   2. Por lo menos 2 llamadas.
   3. A lo sumo dos llamadas.
2. A un banco llegan 120 clientes por hora.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen por lo menos tres clientes?
   2. ¿Cuántos clientes se espera lleguen en media hora?
3. El número de defectos en una tela sigue una distribución de Poisson con valor medio de 2.3 por metro lineal de tela. Se pide que:
   1. Encuentre en un metro lineal, la probabilidad de hallar a lo sumo un defecto.
   2. Encuentre en dos metros lineales, la probabilidad de hallar a lo sumo un defecto.
4. Una central de quejas telefónicas recibe 5 llamadas por día.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que en tres días no se reciban quejas?
   2. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban menos de tres quejas, si se sabe que hubo por lo menos una?
   3. ¿Cuántas llamadas se esperan por semana?